

Polarizarea luminii - Legea Malus

Cuvinte cheie: vectorul intensitate electrică a câmpului, plan de polarizare, lumină liniar polarizată, lumină circular polarizată, lumină eliptic polarizată, polarizor, analizor, plan de polarizare, axă de transmisie, axă de extincție, refracție dublă, axa optică, rază ordinară, rază extraordinară.

Principiu

Lumină monocromatică cade pe o placă de mică perpendicular pe axa optică a acesteia. La grosimi ale plăcii potrivite ($\lambda/4$, lamă sfert de undă) apare un defazaj de 90° între raza de lumină ordinară emergentă și raza de lumină extraordinară emergentă, când lumina iese din cristalul de mică. Polarizarea luminii emergente este investigată la diferite unghiuri între axa optică a lamei $\lambda/4$ și direcția de polarizare a luminii incidente.

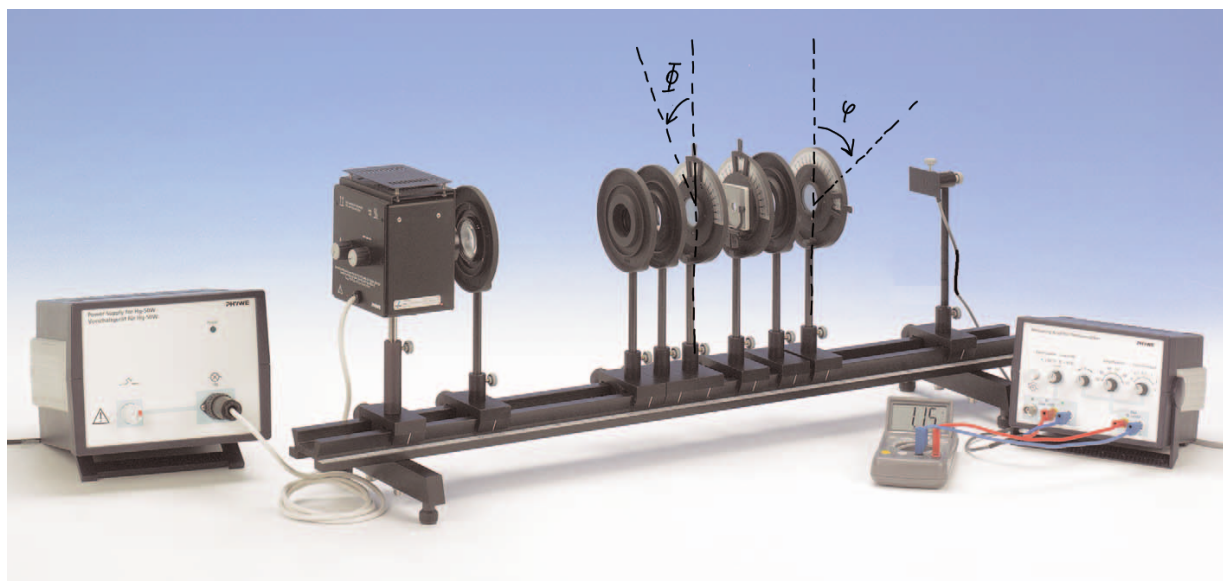


Figura 1: Montaj experimental pentru determinarea tipului de polarizare a luminii

Echipament

Fotoelement bază	1
Suport lentile	3
Lentilă, montaj, $f=+100$ mm	1
Suport diafragmă	2
Diafragmă iris	1
Lentilă, $f=60$ mm	1
Lampă cu mercur, 50 W, presiune înaltă	1
Sursă de alimentare Hg CS/50 W	1
Filtru interferențial, galben, 578 nm	1
Filtru polarizor, pe suport	2
Profil de banc optic, $l=1000$ mm	1
Element glisant pentru bancul optic, $h=30$ mm	8
Element glisant pentru bancul optic, $h=80$ mm	1
Lama mică	2
Multimetri digital	1
Amplificator de măsură universal	1
Cablu de legătură, $l=750$ mm, roșu	1
Cablu de legătură, $l=750$ mm, albastru	1
Suport lentilă	1
Bază de profil de banc optic	1

Obiective

1. Măsurarea intensității luminoase polarizate liniar, în funcție de pozițiile unghiulare φ ale analizorului între -90° și 90° , cu pas de 10° . Verificarea legii Malus.
2. Măsurarea intensității luminoase în funcție de poziția analizorului φ , cu valori între -90° și 90° , pentru unghiuri $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ dintre axa de transmisie a polarizorului și a cristalului birefringent de grosime $\lambda/4$
3. Măsurarea intensității luminoase în funcție de poziția analizorului φ , cu valori între -90° și 90° , pentru unghiuri $\phi = 0^\circ, 45^\circ$ dintre axa de transmisie a polarizorului și a cristalului birefringent de grosime $\lambda/2$

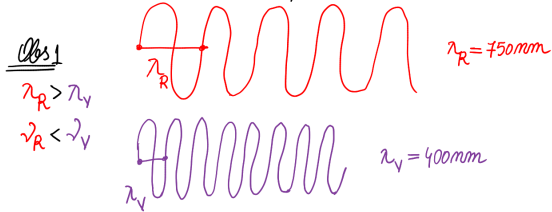
Teorie polarizarea luminii

În cele ce urmează este prezentată o schiță cu noțiuni de liceu despre polarizarea luminii.
Să ne reamintim!

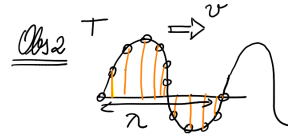
POLARIZAREA LUMINII

LUMINA
PROPRIETĂȚI:

ν, λ, T, c, A, I , plan de osculație
 ν - frecvență; λ - lungime de undă; T - perioadă
 c - viteză; A - amplitudine; I - intensitate

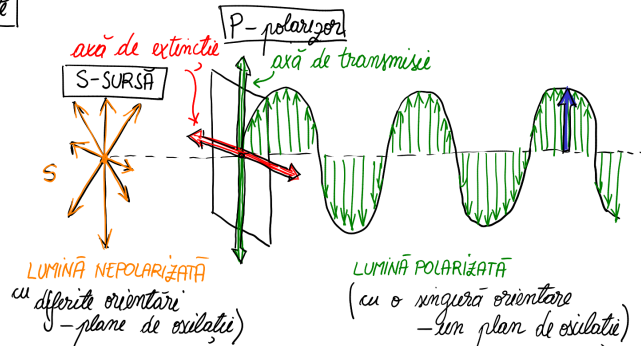


$1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$
 $1 \mu\text{m} = 10^{-6} \text{ m}$
 $1 \text{ nm} = 10^{-9} \text{ m}$
 $c = 300.000 \text{ km/s}$
 $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
 $\lambda \in [380 \text{ nm}, 750 \text{ nm}]$
 $\nu \approx 10^{14} \text{ Hz}$ (vizibil)



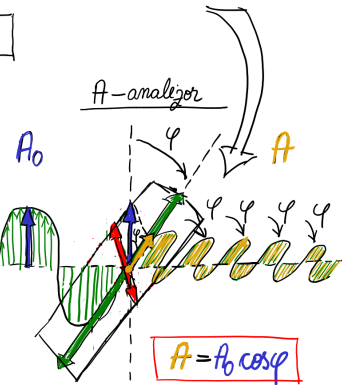
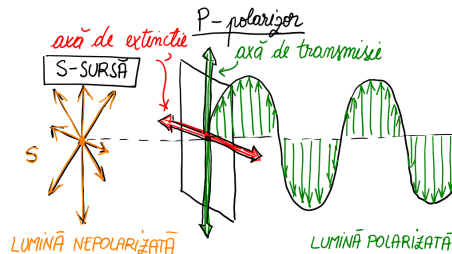
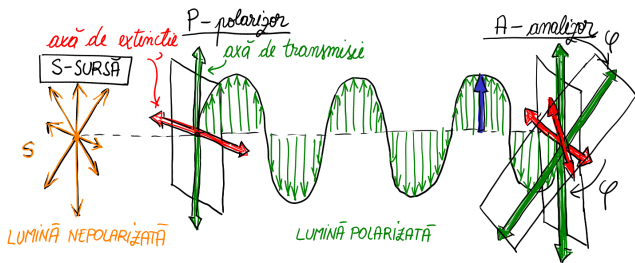
LEGĂTURA DINTRE
LUNGIMEA DE UNDĂ ȘI FRECVENȚĂ

Obs 3 Un val de 4 ori
emp. mai amplu este de
16 ori mai intens!
 $I \sim A^2$



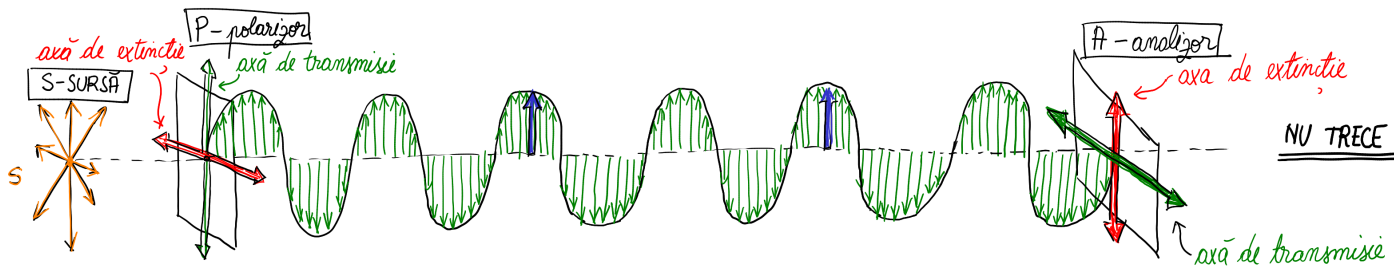
Un polarizor-P selectează un singur plan de osculație

LUMINĂ POLARIZATĂ
CU ORIENTAREA φ



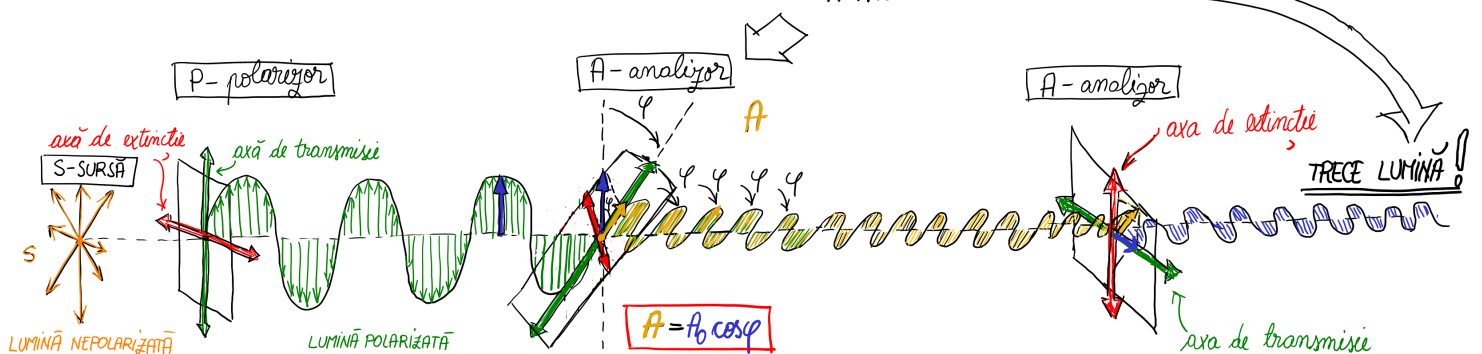
DIN AMPLITUDINEA A_0 INCIDENTĂ SE TRANSMITE PRIN ANALIZOR DOAR A , ADICĂ PROIECȚIA LUI A_0 PE AXA DE TRANSMISIE A ANALIZORULUI.

LEGEA LUI MALUS: $I = I_0 \cos^2 \varphi$



NU TRECE LUMINĂ

SE INTRODUC ÎNCĂ UN FILTRU



FAPTUL CĂ AM INTRODUS UN FILTRU ANALIZOR ÎNTRE CELE DOUĂ FILTRE POLARIZANTE FACE CA DIN LUMINĂ INCIDENTĂ POLARIZATĂ VERTICAL SĂ TREACĂ MAI DEPARTE LUMINĂ LINIAR POLARIZATĂ SUB UNGHIEUL φ , CARE ACUM ARE ȘI COMPONENTA PE ORIZZONTALĂ $\Rightarrow$ TRECE LUMINĂ!

Montaj și mod de lucru

Montajul experimental este prezentat în Fig.1. Pe bancul optic în ordine sunt prezente: lampa (cu lentilă de distanță focală 60mm), suport de lentilă cu diafragma în formă de iris, suport de lentilă cu filtru interferențial, polarizor, suport cu placă de sfert de undă $\lambda/4$, suport lentilă (distanța focală 100mm), analizor, fotodetector.

În primul rând fasciculul de raze de lumină este reglat astfel încât fotocelula este iluminată corespunzător (acest lucru este făcut în lipsa plăcii sfert de undă $\lambda/4$). Cu axa polarizorului pe zero, analizorul este rotit până când intensitatea luminoasă transmisă atinge un minim. În acest moment se montează placa de sfert de undă $\lambda/4$, și este rotită în suport până când din nou intensitatea luminii care trece prin analizor atinge un minim. Planul de polarizare al luminii emergente din polarizor acum face un unghi de $\phi = 0^\circ$ (sau $\phi = 90^\circ$) cu axa optică a plăcii sfert de undă $\lambda/4$. Intensitatea luminii transmisă prin analizor este măsurată în funcție de pozițiile unghiulare ale polarizorului, ϕ , $0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ în domeniul $-\varphi, -90^\circ$ și 90° al analizorului.

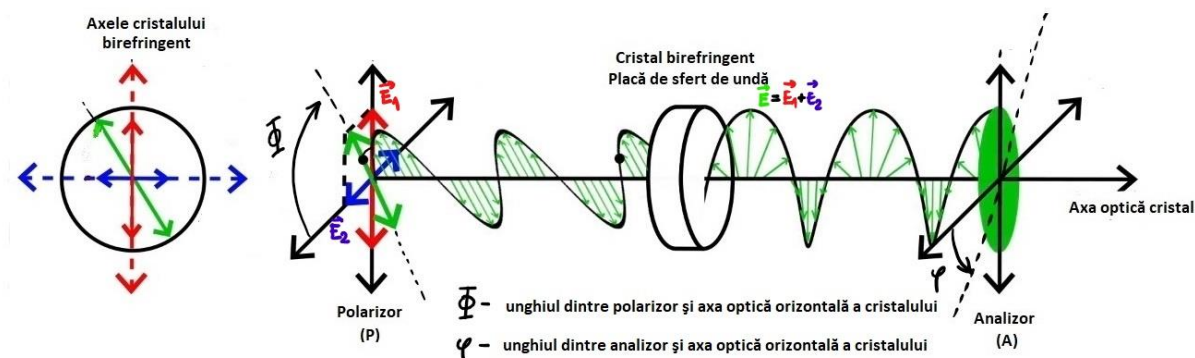


Figura 2: Schiță montaj experimental: Polarizor (P), cristal birefringent, Analizor(A)

Intensitatea *curentului* fotocelulei este direct proporțională cu *intensitatea luminii incidente*.

Teorie și analiză

Viteza luminii propagându-se pe direcția axei optice a cristalului birefringent(placa de mică) are aceeași valoare, c_0 , în orice direcție a planului de polarizare. Când lumina se propagă și face unghiuri de 90° cu axa optică, lumina polarizată are aceeași viteză, c_0 , și vectorul câmpului electric în acest caz este perpendicular pe axa optică (rază ordinară, Fig.3). Dacă vectorul câmpului electric este paralel cu axa optică viteza luminii $c \neq c_0$ (raza extraordinară, Fig.3).

E_0 este amplitudinea vectorului intensității câmpului electric emergent din polarizorul, P, (practic lumina în spatele polarizorului, P, este liniar polarizată), iar ϕ este unghiul dintre axa de transmisie a polarizorului, P, și axa optică a cristalului birefringent.

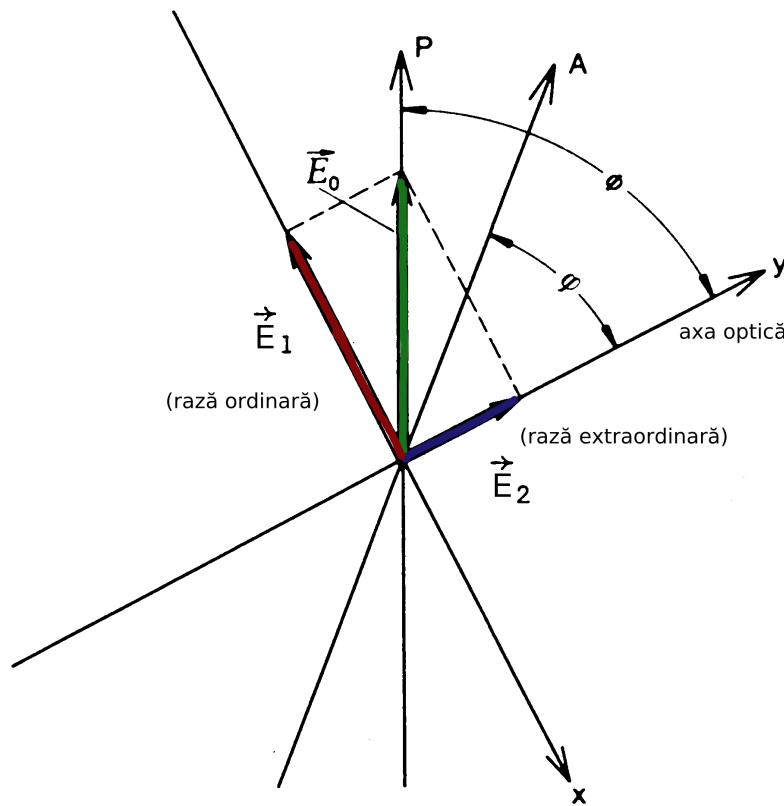


Figura 3: Descompunerea luminii de după polarizor prin cristalul birefringent(P- polarizorul, A- analizorul)

Din Fig.3, descompunând vectorul $\vec{E}_0$ găsim următoarele amplitudini ale câmpului pe direcție ordinară și extraordinară:

$$\begin{aligned} E_1 &= E_0 \cdot \sin \phi \\ E_2 &= E_0 \cdot \cos \phi \end{aligned} \quad (1)$$

La momentul de timp t , starea de vibrație a celor două raze, ordinară și extraordinară, pe suprafața cristalului este descrisă de:

$$\begin{aligned} E_1(t) &= E_0(t) \cdot \sin \phi \cdot \sin \omega t \\ E_2(t) &= E_0(t) \cdot \cos \phi \cdot \sin \omega t \end{aligned} \quad (2)$$

În cazul, cristalului birefringent ($\lambda/4$) cu grosimea sa este $d_{\lambda/4}$:

$$d_{\lambda/4} = \frac{\lambda}{4} \cdot \frac{1}{n_{ordinar} - n_{extraordinar}} \quad (3)$$

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \Delta r \quad (4)$$

În ecuația 4, **diferența** dintre $n_{ordinar}$ indicele de refracție al razei ordinare și $n_{extraordinar}$ indicele de refracție al razei extraordinare din cristal, **produce** o diferență de drum $\Delta r = \lambda/4$ (**și anume un defazaj** $= \Delta\varphi$ **de** $\pi/2$) **între cele două armonici** (între cele două raze E_1, E_2). Astfel că, la ieșirea din cristal obținem noile raze acum numite E_x, E_y defazate între ele cu $\pi/2$ care arată în modul următor:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_0(t) \cdot \sin \phi \cdot \sin \omega t \\ E_y(t) &= E_0(t) \cdot \cos \phi \cdot \cos \omega t \end{aligned} \quad (5)$$

Aceste armonici, E_x, E_y se recompun, cu regula paralelogramului, și rezultă la ieșire din cristal **vectorul intensitate** E , care este **un vector rotitor conform Fig.2.** și care este perpendicular pe direcția de propagare.

Discuție

- Pentru unghiul $\phi = 0^\circ$ ecuația (5) devine:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= 0 \\ E_y(t) &= E_0(t) \cos \omega t \end{aligned} \quad (6)$$

Amplitudinea vectorului $\vec{E}$ rezultat este:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_y = E_0 \\ I &= I_0 \sim E_0^2 \end{aligned} \quad (7)$$

→ lumină liniar polarizată, dealungul axei oy

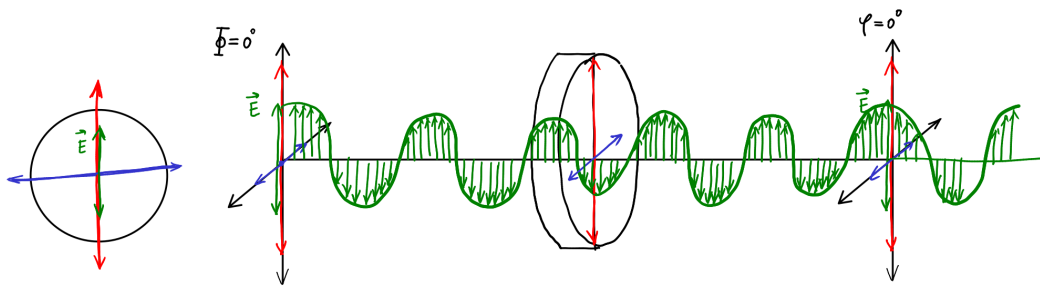


Figura 4: Polarizor la unghiul $\phi = 0^\circ$, Analizor la unghiul $\varphi = 0^\circ$, lumină liniar polarizată vertical

- Pentru unghiul $\phi = 90^\circ$ ecuația (5) devine:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_0(t) \sin \omega \\ E_y(t) &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Amplitudinea vectorului $\vec{E}$ rezultat este:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = E_x = E_0 \\ I &= I_0 \sim E_0^2 \end{aligned} \quad (9)$$

→ lumină liniar polarizată, dealungul axei ox

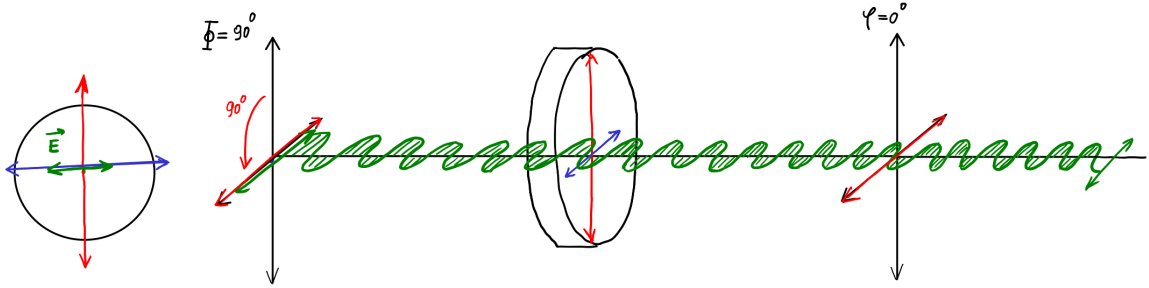


Figura 5: Polarizor la unghiul $\phi = 90^\circ$, Analizor la unghiul $\varphi = 0^\circ$, lumină liniar polarizată orizontal

- Pentru unghiul $\phi = 45^\circ$, $\sin \phi = \cos \phi = \frac{1}{\sqrt{2}}$, ecuația (5) devine:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= \frac{E_0(t)}{\sqrt{2}} \cdot \sin \omega t \\ E_y(t) &= \frac{E_0(t)}{\sqrt{2}} \cdot \cos \omega t \end{aligned} \quad (10)$$

Amplitudinea vectorului $\vec{E}$ rezultat este:

$$\begin{aligned} E &= \sqrt{E_x^2 + E_y^2} = \frac{E_0}{\sqrt{2}} \\ I &= \frac{I_0}{2} \sim \frac{E_0^2}{2} \end{aligned} \quad (11)$$

→ lumină circular polarizată

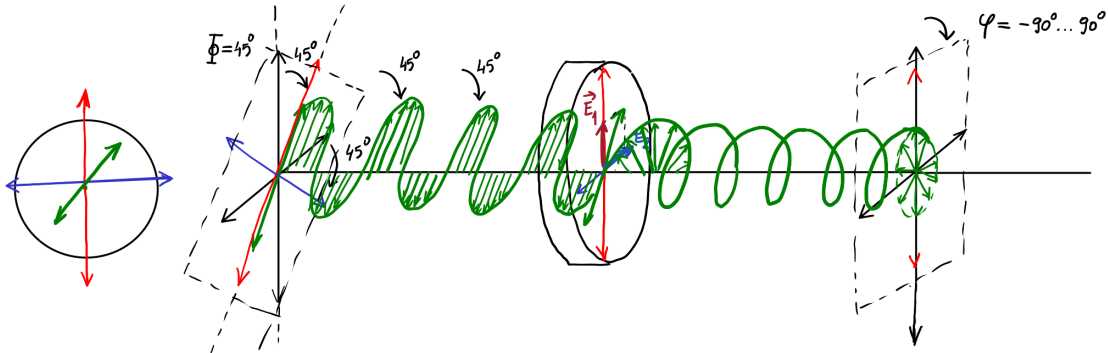


Figura 6: Polarizor la unghiul $\phi = 45^\circ$, Analizor la unghiul $\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$, lumină circular polarizată

- Pentru oricare alte unghiuri, altele decât $\phi = 0^\circ$, $\phi = 45^\circ$ sau $\phi = 90^\circ$, ecuația (5) devine:

$$\begin{aligned} E_x(t) &= E_a \cdot \sin \omega t \\ E_y(t) &= E_b \cdot \cos \omega t \end{aligned} \quad (12)$$

Unde am notat:

$$\begin{aligned} E_a &= E_0 \sin \phi \\ E_b &= E_0 \cos \phi \end{aligned} \quad (13)$$

Vârful vectorului $\vec{E}$, care se rotește în jurul direcției de propagare a luminii, descrie o elipă cu semi-axe E_a, E_b .

$$\begin{aligned} I &= I_a \sim E_a^2 = E_0^2 \cdot \sin^2 \phi \\ I &= I_b \sim E_b^2 = E_0^2 \cdot \cos^2 \phi \end{aligned} \quad (14)$$

Rotind analizorul obținem următorul raport între intensitatea maximă transmisă și intensitatea minimă transmisă:

$$\frac{I_a}{I_b} = \frac{E_a^2}{E_b^2} = \tan^2 \phi \quad (15)$$

Pentru oricare unghi, φ , dintre analizorului de la capăt și axa optică a cristalului birefringent(placa de mică $\lambda/4$), se obține formula generală a intensității:

$$I \sim E_0^2 \cdot \cos^2 \phi \cdot \cos^2 \varphi + E_0^2 \cdot \sin^2 \phi \cdot \sin^2 \varphi \quad (16)$$

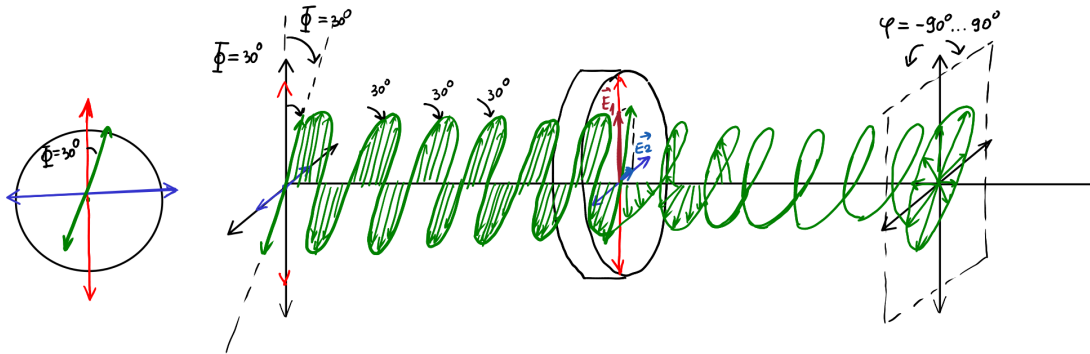


Figura 7: Polarizor la unghiul ϕ oarecare, Analizor la unghiul $\varphi = -90^\circ \dots 90^\circ$, lumină eliptic polarizată

Observație:

În ecuația (16) dacă înlocuim $\phi = 0^\circ$ sau cu $\phi = 90^\circ$ **elipsa degenerază într-o linie**, și obținem (7) și (9) $\rightarrow$ **lumină liniar polarizată, dealungul axei**

În ecuația (16) dacă înlocuim $\phi = 45^\circ$ elipsa devine un cerc, și obținem (11) $\rightarrow$ **lumină circular polarizată**

Pentru alte unghiuri, în general:
 $\rightarrow$ **lumina eliptic polarizată.**

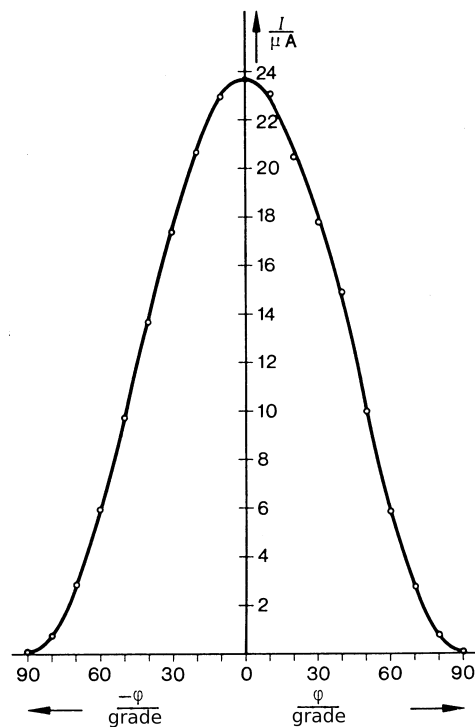


Figura 8: Distribuția de intensitate a luminii liniar polarizate în funcție de unghiuri φ făcute între axa de transmisie a polarizorului și analizorul. **Legea Malus**

φ (grade)	$I(\mu A)$
90	
80	
70	
60	
50	
40	
30	
20	
10	
0	
-10	
-20	
-30	
-40	
-50	
-60	
-70	
-80	
-90	

φ (grade)	$I(\mu A)$
90	
80	
70	
60	
50	
40	
30	
20	
10	
0	
-10	
-20	
-30	
-40	
-50	
-60	
-70	
-80	
-90	

Reprezentați grafic distribuția de intensitate în funcție de unghiul analizorului. (cazul în care între polarizorul P și analizorul A, nu este montată placa de mică de sferă de undă $\lambda/4$)

$\phi = 0^\circ$		$\phi = 45^\circ$		$\phi = 90^\circ$	
φ (grade)	$I(\mu A)$	φ (grade)	$I(\mu A)$	φ (grade)	$I(\mu A)$
90		90		90	
80		80		80	
70		70		70	
60		60		60	
50		50		50	
40		40		40	
30		30		30	
20		20		20	
10		10		10	
0		0		0	
-10		-10		-10	
-20		-20		-20	
-30		-30		-30	
-40		-40		-40	
-50		-50		-50	
-60		-60		-60	
-70		-70		-70	
-80		-80		-80	
-90		-90		-90	

$\phi = 30^\circ$		$\phi = 60^\circ$		placa $\lambda/2$	
φ (grade)	$I(\mu A)$	φ (grade)	$I(\mu A)$	φ (grade)	$I(\mu A)$
90		90		90	
80		80		80	
70		70		70	
60		60		60	
50		50		50	
40		40		40	
30		30		30	
20		20		20	
10		10		10	
0		0		0	
-10		-10		-10	
-20		-20		-20	
-30		-30		-30	
-40		-40		-40	
-50		-50		-50	
-60		-60		-60	
-70		-70		-70	
-80		-80		-80	
-90		-90		-90	

Reprezențați graficele distribuțiilor de intensitate în funcție de unghiul analizorului. (cazul în care între polarizorul P și analizorul A este montată placa de mică de sfert de undă $\lambda/4$)

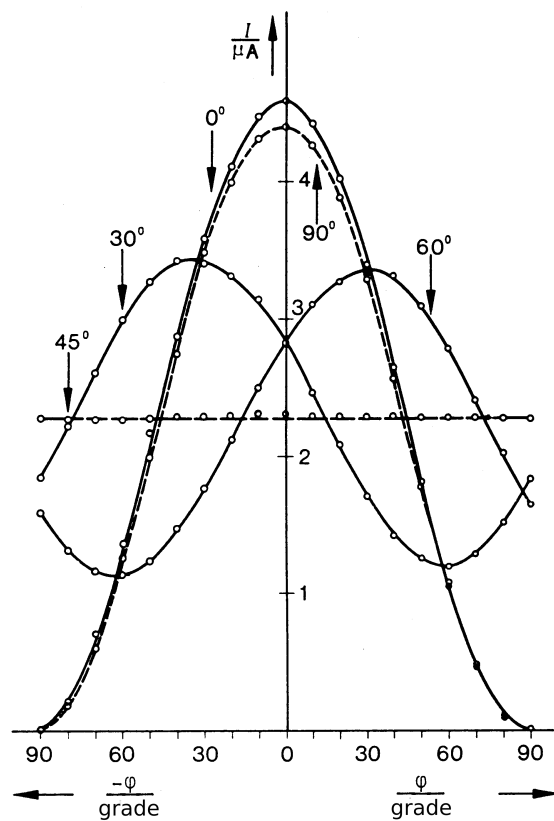


Figura 9: Distribuții de intensitate (pentru unghiuri $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 45^\circ, 60^\circ, 90^\circ$) a luminii polarizate în funcție de unghiul φ al analizorului făcut cu axa optică a plăcii sfert de undă

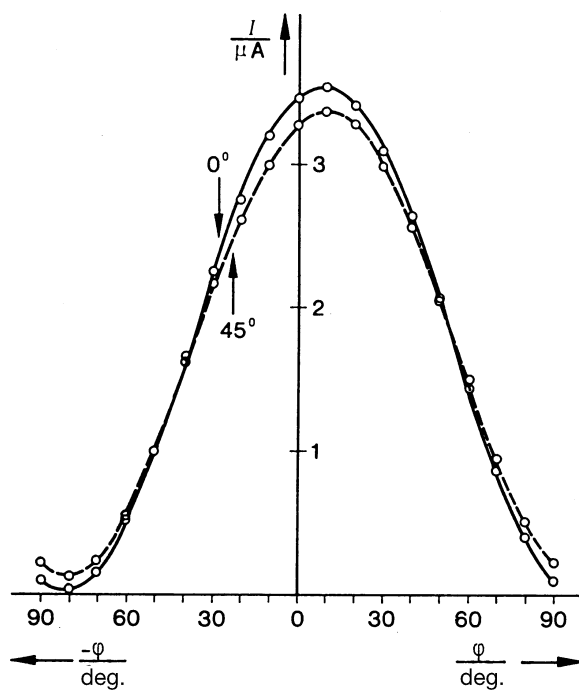


Figura 10: Distribuția de intensitatea a luminii polarizate, care trece prin placa $\lambda/2$, la diferite unghiri φ , ale analizorului